

§10.1

11-10-1

$$f(x^2+y) = f(x) + f(y^2)$$

$$f(-1) = (-1)^2 + (-1) = (-1) + (-1)^2$$

$$f(-1) = 1 - 1 = -1 + 1$$

$$f(-1) = 0$$

§10.3

$$a^2 b^2 (a^2 b^2 + 4) = 2(a^6 + b^6)$$

$$a^4 b^4 + 4a^2 b^2 = 2a^6 + 2b^6$$

$$a^4 b^4 - 2b^6 = 2a^6 - 4a^2 b^2$$

$$b^4(a^4 - 2b^2) = 2a^2(a^4 - 2b^2)$$

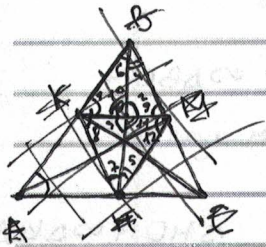
$$b^4 = 2a^2$$

$$a^2 = \frac{b^4}{2}$$

75

$$a = \sqrt{\frac{b^4}{2}} = \frac{b^2}{\sqrt{2}} \text{ - иррационально}$$

§10.4



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BH$  - высота,  $AM, CK$  - медианы

Доказать:  $\triangle KHM \sim \triangle ABC$

Доказ-во: 1) Т.к.  $AM$  и  $CK$  - медианы  $\Rightarrow M$  - середина  $BC$ ,  $K$  - середина  $AB$

$KM$  - ср. линия  $\triangle ABC$  (по определению)  $\Rightarrow KM \parallel AC$

2) Рассмотрим  $\triangle BKM$  и  $\triangle ABC$

$\angle B$  - общий

$\angle A = \angle 1$  - односторонние (при  $KM \parallel AC$  и секущей  $AB$ )

$\Rightarrow \triangle BKM \sim \triangle ABC$   
по двум углам

3) Рассмотрим  $\triangle KHM$  и  $\triangle BOM$

$\angle 3 = \angle 2$  - верт. углы (при  $KM \parallel AC$  и секущей  $BH$ )

$\angle 8 = \angle 9$  т.к.  $KM \parallel AC$  - ср. линия  $\triangle ABC, KM \parallel AC$

$\Rightarrow \triangle KHM \sim \triangle BOM$   
по двум углам

4) Рассмотрим  $\triangle KOB$  и  $\triangle MOK$

$\angle 10 = \angle 11$  - верт. углы (при  $KM \parallel AC$  и секущей  $BH$ )

$\angle 12 = \angle 1$  т.к.  $KM$  - ср. линия  $\triangle ABC, KM \parallel AC$

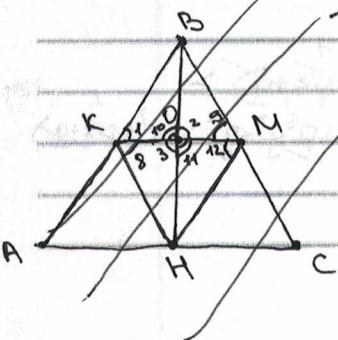
$\Rightarrow \triangle KOB \sim \triangle MOK$   
по двум углам

5)  $\triangle KMB = \triangle KOB + \triangle BOM$

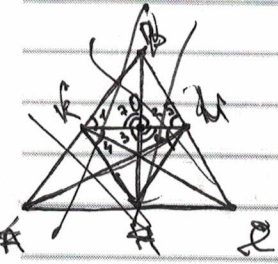
$\triangle KMH = \triangle KHM + \triangle MOK$

$\triangle KOB \sim \triangle BOM, \triangle KOB \sim \triangle MOK$

$\Rightarrow \triangle KHM \sim \triangle ABC$



§10.4



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $BH$  - висота,  $AM$  и  $CK$  - медианы

Докажи:  $\triangle KHM \sim \triangle ABC$

(Док-во: 1) Т.к  $AM$  и  $CK$  - медианы  $\Rightarrow$

$K$  - середина  $AB$ ,  $M$  - середина  $BC \Rightarrow$

$KM$  - ср. линия  $\triangle ABC$  (по определению)  $\Rightarrow$

$KM \parallel AC$  (по с-ву ср. линии)

25

2) Т.к  $BH$  - висота  $\Rightarrow H$  - середина  $AC$ ,  $K$  - середина  $AB \Rightarrow$

$HK$  - ср. линия  $\triangle ABC$  (по опр)  $\Rightarrow HK \parallel BC$  (по с-ву ср. лин)

3)  $H$  - середина  $AC$ ,  $M$  - середина  $BC \Rightarrow HM$  - ср. линия  $\triangle ABC$  (по опр)

$\Rightarrow HM \parallel AB$  (по с-ву ср. лин)

4) Рассмотрим  $\triangle BKM$  и  $\triangle ABC$

$\angle B$  - общий  
 $\angle A = \angle 1$  (односторон, при  $KM \parallel AC$  и секущ  $AB$ ) }  $\Rightarrow \triangle BKM \sim \triangle ABC$   
 по двум углам

5) Рассмотрим  $\triangle KHN$  и  $\triangle BON$

$\angle 3 = \angle 2$  - вертика при  $KM \parallel AC$  и секущ  $BH$   
 $\angle 4 = \angle 5$  - накрест. леги при  $KH \parallel BC$  и секущ  $KM$  }  $\Rightarrow \triangle KHN \sim \triangle BON$   
 по двум углам

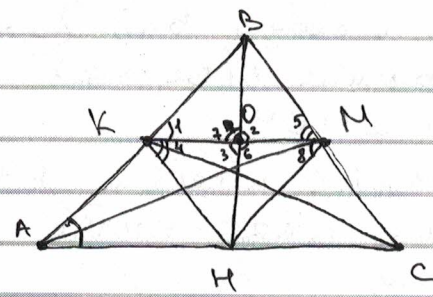
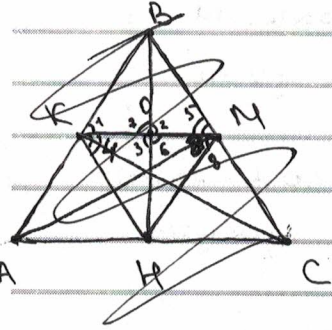
6) Рассмотрим  $\triangle HNM$  и  $\triangle KOB$

$\angle 6 = \angle 7$  - вертика при  $KM \parallel AC$  и секущ  $BH$   
 $\angle 1 = \angle 8$  - накрест. леги при  $HM \parallel AB$  и секущ  $KM$  }  $\Rightarrow \triangle HNM \sim \triangle KOB$   
 по двум углам

7)  $\triangle KMB = \triangle KOB + \triangle BON$

$\triangle KHM = \triangle KHN + \triangle HNM$

$\triangle KOB \sim \triangle BON$ ,  $\triangle HNM \sim \triangle KOB$  }  $\Rightarrow \triangle KHM \sim \triangle KMB \Rightarrow$   
 $\triangle KHM \sim \triangle ABC$



§10.2

$y = x^2 + px + q, z = y^2 + py + q, x = z^2 + pz + q$

$x^2y + y^2z + z^2x \geq x^2z + y^2x + z^2y$   
 $(x^2 + p^2z^2 + q^2)(x^2 + px + q) + (x^2 + p^2x^2 + q^2)(y^2 + py + q) + (y^2 + p^2y^2 + q^2)(z^2 + pz + q) \geq$   
 $(x^2 + p^2z^2 + q^2)(y^2 + py + q) + (x^2 + p^2x^2 + q^2)(y^2 + py + q) + (y^2 + p^2y^2 + q^2)(x^2 + px + q)$   
 $3 \geq 3$

05